



<b>Insegnamento</b>	Complementi di geometria
<b>Livello e corso di studio</b>	Lauree Triennali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica e Informatica, in Ingegneria Industriale; Lauree Magistrali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica, in Ingegneria Gestionale, in Ingegneria Informatica, in Ingegneria Meccanica
<b>Settore Scientifico Disciplinare (SSD)</b>	MAT/03 - Geometria
<b>Anno di corso</b>	Materia a scelta
<b>Anno Accademico</b>	2024-25
<b>Numero totale di crediti</b>	6
<b>Propedeuticità</b>	Geometria, Analisi 1, Analisi 2
<b>Docente</b>	Alfredo Donno <a href="https://ricerca.unicusano.it/author/alfredo-donno/">https://ricerca.unicusano.it/author/alfredo-donno/</a> Email: <a href="mailto:alfredo.donno@unicusano.it">alfredo.donno@unicusano.it</a> Orario di ricevimento: Consultare il calendario alla pagina seguente del nostro sito verificando gli orari di Videoconferenza <a href="http://www.unicusano.it/calendario-lezioni-in-presenza/calendario-area-ingegneristica">http://www.unicusano.it/calendario-lezioni-in-presenza/calendario-area-ingegneristica</a>
<b>Presentazione</b>	<p>L'insegnamento di Complementi di geometria è uno degli insegnamenti a scelta proposti per i Corsi di Studio triennali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica e Informatica, in Ingegneria Industriale, nonché per i Corsi di Studio Magistrali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica, in Ingegneria Gestionale, in Ingegneria Informatica, in Ingegneria Meccanica.</p> <p>Il programma può essere suddiviso in tre parti principali.</p> <p>Dapprima viene studiata la teoria generale degli spazi vettoriali sopra il campo reale, che generalizza molte delle nozioni studiate durante il corso di Geometria per lo spazio vettoriale <math>\mathbf{R}^n</math>. Una particolare attenzione viene rivolta allo spazio vettoriale euclideo dei tensori, definiti a loro volta sullo spazio vettoriale euclideo dei vettori geometrici. Fondamentali risultano le conoscenze e le tecniche di Algebra lineare acquisite durante il corso di Geometria. Questa parte si chiude con lo studio delle forme quadratiche su <math>\mathbf{R}^n</math> e la loro riduzione a forma canonica, strettamente legata alla teoria degli operatori lineari simmetrici.</p> <p>La seconda parte del programma prevede lo studio della rappresentazione cartesiana di curve e superfici dello spazio - circonferenza, sfera, coni, cilindri e superfici di rotazione - e utilizza largamente le tecniche della Geometria analitica dello spazio acquisite nel corso di Geometria.</p> <p>La terza e ultima parte del programma concerne la Geometria differenziale delle curve e delle superfici nello spazio, ovvero lo studio di proprietà locali di curve parametrizzate (curvatura, torsione) e di superfici parametrizzate (curvatura gaussiana e curvatura media) per mezzo degli strumenti del calcolo differenziale, rispettivamente in una e due variabili. Questa parte del programma richiede quindi da un lato una buona padronanza del calcolo vettoriale e matriciale, dall'altro la conoscenza dei metodi del calcolo differenziale per funzioni di una e di due variabili, acquisita durante i due corsi propedeutici di Analisi 1 e Analisi 2.</p>
<b>Obiettivi formativi</b>	<p>L'insegnamento di Complementi di geometria ha i seguenti obiettivi formativi:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. illustrare la teoria di base degli spazi vettoriali reali;</li><li>2. illustrare la teoria di base dello spazio vettoriale euclideo dei tensori;</li><li>3. illustrare la teoria di base delle forme quadratiche reali su <math>\mathbf{R}^n</math>;</li><li>4. illustrare la rappresentazione cartesiana di curve e superfici notevoli nello spazio;</li><li>5. illustrare le nozioni e le tecniche fondamentali della Geometria differenziale delle curve;</li><li>6. illustrare le nozioni e le tecniche fondamentali della Geometria differenziale delle superfici.</li></ol>
<b>Prerequisiti</b>	<p>E' necessario che lo studente che si avvicina allo studio di questo insegnamento abbia una buona padronanza degli strumenti dell'Algebra lineare e dei metodi della Geometria analitica, appresi durante il corso di Geometria. Lo studente deve inoltre conoscere il calcolo differenziale e il calcolo integrale appresi durante i corsi di Analisi 1 e Analisi 2.</p>
<b>Risultati di apprendimento attesi</b>	<p><b>Conoscenza e capacità di comprensione</b></p> <p>Lo studente, al superamento del corso, avrà conoscenza della struttura algebrica di spazio vettoriale euclideo, dell'algebra tensoriale, della teoria delle forme quadratiche e della loro riduzione a forma canonica. Lo studente avrà inoltre imparato a determinare l'equazione cartesiana di curve e superfici notevoli dello spazio, quali la</p>

	<p>circonferenza, la sfera, i cono, i cilindri e le superfici di rotazione. Lo studente avrà infine acquisito e compreso le principali nozioni della Geometria differenziale delle curve e delle superfici nello spazio: rappresentazione parametrica, studio della regolarità, proprietà locali di curve quali quelle di curvatura e torsione, classificazione dei punti di una superficie in ellittici, parabolici e iperbolici tramite lo studio della curvatura gaussiana.</p> <p><b>Applicazione delle conoscenze</b>  Lo studente, al superamento del corso, sarà in grado di applicare le nozioni e le tecniche di Algebra lineare acquisite nel corso di Geometria allo studio dell'algebra tensoriale, nonché le nozioni e le tecniche della Geometria analitica alla determinazione di equazioni cartesiane di curve e superfici notevoli dello spazio euclideo, e allo studio delle loro proprietà. Infine, lo studente sarà in grado di applicare gli strumenti del calcolo differenziale in una e più variabili, appresi nei corsi di Analisi 1 e Analisi 2, allo studio delle proprietà locali di curve e superfici dello spazio, facendo uso anche dei metodi del calcolo matriciale e dell'Algebra lineare.</p>
<p><b>Organizzazione dell'insegnamento</b></p>	<p>Il corso è sviluppato attraverso le <b>lezioni preregistrate audio-video</b> che compongono, insieme a slide e dispense, i materiali di studio disponibili in piattaforma, e distribuiti in 18 moduli per aree tematiche:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Modulo 1</b> – Vettori geometrici nello spazio</li> <li>- <b>Modulo 2</b> – Elementi di analisi vettoriale. Spazi vettoriali reali</li> <li>- <b>Modulo 3</b> – Sottospazi, generatori, basi. Spazi vettoriali euclidei</li> <li>- <b>Modulo 4</b> – Tensori: prime definizioni. Prodotti tensoriali</li> <li>- <b>Modulo 5</b> – Lo spazio vettoriale euclideo dei tensori</li> <li>- <b>Modulo 6</b> – Teoria spettrale. Teorema di Cayley-Hamilton</li> <li>- <b>Modulo 7</b> – Forme quadratiche reali</li> <li>- <b>Modulo 8</b> – Riduzione di una forma quadratica a forma canonica. La sfera</li> <li>- <b>Modulo 9</b> – La circonferenza nello spazio. Coni</li> <li>- <b>Modulo 10</b> – Cilindri. Superfici di rotazione</li> <li>- <b>Modulo 11</b> – Geometria differenziale delle curve: prime definizioni. Il piano osculatore</li> <li>- <b>Modulo 12</b> – Ascissa curvilinea. Triedro di Frenet</li> <li>- <b>Modulo 13</b> – Formule di Frenet. Curvatura e torsione. Teorema di rigidità</li> <li>- <b>Modulo 14</b> – Evolute ed evolventi</li> <li>- <b>Modulo 15</b> – Geometria differenziale delle superfici: prime definizioni</li> <li>- <b>Modulo 16</b> – Prima e seconda forma quadratica fondamentale. Teorema di Meusnier. Teorema di Eulero</li> <li>- <b>Modulo 17</b> – Curvatura media e curvatura gaussiana. Superfici rigate</li> <li>- <b>Modulo 18</b> – Rigate sviluppabili.</li> </ul> <p>Sono poi proposti dei <b>test intermedi di autovalutazione</b>, di tipo asincrono, che corredo le lezioni preregistrate, tramite i quali ogni studente può valutare sia la comprensione, sia il grado di conoscenza acquisita dei vari contenuti e prendere coscienza di quali siano, eventualmente, i suoi punti deboli e le sue lacune sui vari argomenti del programma.</p> <p>La <b>didattica interattiva</b> è svolta nei Forum della “classe virtuale” (Area collaborativa della piattaforma) e comprende 2 <b>E-tivity</b> in cui lo studente applica le conoscenze acquisite nelle lezioni di teoria alla soluzione di problemi ed esercizi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Forum I: Geometria differenziale delle curve: Studio di un'elica circolare</li> <li>- Forum II: Geometria differenziale delle superfici: Studio di una rigata delle tangenti.</li> </ul> <p>All'interno di ogni Forum, viene caricato dal Docente un esercizio che lo studente dovrà svolgere e inviare al Docente <b>tramite messaggio privato in piattaforma</b> (e non sul Forum!!!). All'interno del Forum, lo studente potrà invece rivolgere al Docente o anche ai suoi colleghi di corso delle domande relative agli argomenti poi testati nell'esercizio proposto dal Docente e risultati poco chiari, o proporre egli stesso nuovi esercizi e spunti di riflessione.</p> <p>Sono inoltre presenti tra il materiale in piattaforma anche i testi e le soluzioni dei temi d'esame precedenti.</p> <p>In particolare, il Corso di Complementi di geometria prevede 6 c.f.u. (Crediti Formativi Universitari). Il carico totale di studio per questo insegnamento corrisponde circa a 150 ore così suddivise in:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- circa 110 ore per la visualizzazione e lo studio del materiale videoregistrato (17 ore videoregistrate, per circa 2/3 di teoria e per circa 1/3 di esercizi);</li> <li>- circa 14 ore di Didattica Interattiva per le E-tivity;</li> <li>- circa 6 ore di Didattica Interattiva per l'esecuzione dei test di autovalutazione;</li> <li>- circa 20 ore per esercitazioni su temi d'esame passati e altri esercizi caricati in piattaforma.</li> </ul> <p>Si consiglia di distribuire lo studio della materia uniformemente in un periodo di 11 settimane circa, dedicando allo studio circa 15 ore a settimana.</p>
<p><b>Contenuti del corso</b></p>	<p><b>Modulo 1 – Vettori geometrici dello spazio</b>  (1 lezione in teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 3 ore circa)</p>

**Modulo 2 – Elementi di analisi vettoriale. Spazi vettoriali reali.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 3 – Sottospazi, generatori, basi. Spazi vettoriali euclidei.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa; 1 test intermedio per un impegno di 1 ora circa)

**Modulo 4 – Tensori: prime definizioni. Prodotti tensoriali.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 5 – Lo spazio vettoriale euclideo dei tensori.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 6 – Teoria spettrale. Teorema di Cayley-Hamilton.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa; 1 test intermedio per un impegno di 1 ora circa)

**Modulo 7 – Forme quadratiche reali**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 8 – Riduzione di una forma quadratica a forma canonica. La sfera.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa; 1 test intermedio per un impegno di 1 ora circa)

**Modulo 9 – La circonferenza nello spazio. Coni.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 10 – Cilindri. Superfici di rotazione.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa; 1 test intermedio per un impegno di 1 ora circa)

**Modulo 11 – Geometria differenziale delle curve: prime definizioni. Il piano osculatore.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 12 – Ascissa curvilinea. Triedro di Frenet.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 13 – Formule di Frenet. Curvatura e torsione. Teorema di rigidità.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 14 – Evolute ed evolventi.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa; 1 test intermedio per un impegno di 1 ora circa)

**E-tivity 1 – Studio di un'elica circolare per un impegno di circa 7 ore.**

**Modulo 15 – Geometria differenziale delle superfici: prime definizioni.**

(2 di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 16 – Prima e seconda forma quadratica fondamentale. Teorema di Meusnier. Teorema di Eulero.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 17 – Curvatura media e curvatura gaussiana. Superfici rigate.**

(2 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 6,5 ore circa)

**Modulo 18 – Rigate sviluppabili.**

(1 lezione di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 3 ore circa; 1 test intermedio per un impegno di 1 ora circa)

**E-tivity 2 – Studio di una rigata delle tangenti per un impegno di circa 7 ore.**

Esercitazioni su compiti d'esame ed esercizi caricati in piattaforma (per un impegno di 20 ore circa)

**Materiali di studio**

I materiali didattici sono a cura del docente.

Il materiale didattico presente in piattaforma è suddiviso in 18 moduli. Essi ricoprono interamente il programma e

	<p>ciascuno di essi contiene dispense, slide e videolezioni in cui il docente commenta le slide. Tale materiale contiene tutti gli elementi necessari per affrontare lo studio della materia.</p> <p><i>Ulteriori testi consigliati:</i>  A. Carfagna, L. Piccolella. Complementi ed esercizi di geometria e algebra lineare. Zanichelli.  A. Donno. Elementi di Geometria differenziale con esercizi. Esculapio.  A.N. Pressley, Elementary differential geometry, Springer Undergraduate Mathematics Series.</p>
<p><b>Modalità di verifica dell'apprendimento</b></p>	<p>L'esame, sia quando svolto nella sede di Roma, sia quando svolto fuori sede, consiste nello svolgimento di una <b>prova scritta</b> della durata di <b>90 minuti</b>, tendente ad accertare le conoscenze acquisite dallo studente, e la sua capacità di applicarle allo svolgimento di problemi ed esercizi.</p> <p>La prova scritta prevede <b>4 esercizi a risposta aperta</b> ed è valutata al massimo <b>25 trentesimi</b>.</p> <p>Durante la prova scritta <b>NON</b> è consentito utilizzare dispense, appunti, testi o formulari in formato cartaceo né digitale. L'uso della calcolatrice è consentito solo nel caso di calcolatrici non scientifiche né programmabili.</p> <p>Ai fini della <b>valutazione complessiva dell'esame</b>, fino a <b>6 trentesimi</b> sono assegnati allo studente in virtù dello svolgimento delle due E-tivity (fino a 3 trentesimi per ogni E-tivity), e i restanti <b>25 trentesimi</b> sono assegnati allo studente sulla base dell'andamento della prova scritta finale. Un punteggio totale di 31 trentesimi si tradurrà nella votazione finale di 30/30 con Lode.</p>
<p><b>Criteri per l'assegnazione dell'elaborato finale</b></p>	<p>L'assegnazione dell'<b>elaborato finale</b> avverrà sulla base di un colloquio con il docente in cui lo studente manifesterà i propri specifici <b>interessi</b> in relazione a qualche argomento che intende approfondire; non esistono <b>preclusioni</b> alla richiesta di assegnazione della tesi e non è prevista una <b>media particolare</b> per poterla richiedere.</p>