



# CUNIVERSITÀ CUSANO

<b>Insegnamento</b>	Analisi I
<b>Livello e corso di studio</b>	Lauree Triennali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica e Informatica, in Ingegneria Industriale
<b>Settore scientifico disciplinare (SSD)</b>	MAT/05
<b>Anno di corso</b>	1
<b>Numero totale di crediti</b>	9
<b>Propedeuticità</b>	Istituzioni di Matematica
<b>Docente</b>	Matteo Cavaleri Nickname: cavaleri.matteo Orario di ricevimento: consultare il calendario alla pagina seguente del nostro sito verificando gli orari di videoconferenza <a href="http://www.unicusano.it/calendario-lezioni-in-presenza/calendario-area-ingegneristica">http://www.unicusano.it/calendario-lezioni-in-presenza/calendario-area-ingegneristica</a> e la sezione Avvisi sulla pagina del corso
<b>Presentazione</b>	L'insegnamento di Analisi I è uno degli insegnamenti previsti per il primo anno dei Corsi di Studio triennali in Ingegneria Civile, Ingegneria Elettronica e Informatica e in Ingegneria Industriale. Il programma è strutturato in quattro parti: Numeri reali e funzioni, Limiti e funzioni continue, Calcolo differenziale, Integrali. Nella prima parte lo studente affronta lo studio dell'insieme dei numeri reali e le sue caratteristiche topologiche di base, fondamentali per tutto il resto del corso. Inoltre si richiamano nozioni elementari sulle funzioni e sul loro grafico. Nella seconda parte si introduce il limite di funzioni tramite il limite delle successioni numeriche appreso nell'insegnamento propedeutico. Si definisce la continuità di una funzione e si alternano tecniche per risolvere i limiti di funzione e proprietà delle funzioni continue. Nella terza parte si definisce la derivata di una funzione e si sviluppano le due sue più importanti applicazioni: lo studio di funzione e il calcolo dei limiti. L'ultima parte è dedicata all'integrazione secondo Riemann e all'acquisizione di tecniche per integrare numerose famiglie di funzioni.
<b>Obiettivi formativi</b>	Il corso ha per scopo l'acquisizione delle nozioni relative all'analisi di funzioni reali di una variabile reale. In particolare, l'obiettivo basilare del corso sarà la capacità di studiare <ul style="list-style-type: none"> <li>- la continuità</li> <li>- la derivabilità</li> <li>- i grafici qualitativi</li> <li>- le aree sottese tramite l'integrazione di tali funzioni.</li> </ul>

<p><b>Prerequisiti</b></p>	<p>E' necessario che lo studente che si avvicini alla preparazione di questa materia abbia una buona padronanza di alcuni argomenti di base, trattati tipicamente nella scuola superiore e rivisti nel corso di Istituzioni di matematica, quali:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• simboli e concetti della Teoria degli insiemi e logica di base;</li> <li>• geometria elementare e cartesiana;</li> <li>• proprietà elementari dei numeri reali e le loro operazioni;</li> <li>• definizione e proprietà delle funzioni polinomiali, irrazionali, valore assoluto, esponenziali, logaritmiche, goniometriche; loro grafico;</li> <li>• risoluzione di basilari equazioni e disequazioni polinomiali, irrazionali, valore assoluto, esponenziali, logaritmiche, goniometriche, loro sistemi e loro dominio;</li> <li>• polinomi;</li> <li>• successioni numeriche e limiti di successioni numeriche.</li> </ul> <p>Per maggiori dettagli vedere la Sezione delle dispense su questo tema.</p>
<p><b>Risultati di apprendimento attesi</b></p>	<p><b>Conoscenza e capacità di comprensione.</b> Nel corso di Analisi I si studiano i numeri reali, la topologia della retta reale, i limiti, il calcolo differenziale e integrale delle funzioni reali di una variabile reale. Si acquisisce un metodo di ragionamento rigoroso e la capacità di utilizzare il linguaggio specifico ed i metodi propri di questa disciplina.</p> <p><b>Applicazione delle conoscenze.</b> Lo studente sarà in grado di risolvere problemi di moderata difficoltà e di completare dimostrazioni, non sviluppate per intero, di proposizioni esposte durante le lezioni. In particolare, saprà utilizzare i metodi e gli strumenti concettuali dell'Analisi matematica per risolvere problemi quali la determinazione del grafico e delle primitive di una funzione. Inoltre sarà in grado di riconoscere se e quando è applicabile un teorema in determinati casi specifici.</p> <p><b>Autonomia di giudizio.</b> Lo studente sarà in grado di riconoscere dimostrazioni corrette e di individuare ragionamenti ingannevoli. In particolare, saprà determinare le strategie più semplici per affrontare e risolvere alcuni problemi tipici dell'Analisi matematica, riconoscendo così l'utilità degli strumenti appresi durante il corso.</p> <p><b>Abilità comunicative.</b> Capacità di esporre sia ad interlocutori specialisti che a non specialisti le nozioni apprese, i problemi ad esse connessi, le idee ed i metodi di risoluzione dei problemi, utilizzando un linguaggio chiaro, sintetico e rigoroso, specifico della disciplina.</p> <p><b>Capacità di apprendere.</b> Lo studente al termine del corso sarà in grado di comprendere le interazioni tra i metodi assimilati e i modelli matematici presenti in corsi successivi o paralleli. In particolare, sarà capace di applicare con un adeguato grado di autonomia le conoscenze acquisite nei successivi insegnamenti di Analisi matematica.</p>

## Organizzazione dell'insegnamento

Il corso è sviluppato attraverso le lezioni **preregistrate audio-video** che compongono, insieme alle dispense (e alle slide delle lezioni) il principale materiale di studio disponibile in piattaforma e distribuiti in 4 moduli per aree tematiche:

- Modulo 1: Numeri reali e funzioni.
- Modulo 2: Limiti e funzioni continue.
- Modulo 3: Calcolo differenziale.
- Modulo 4: Integrali.

Sono poi proposti dei **test di autovalutazione** (intermedi e di fine modulo) di tipo asincrono che corredano le lezioni preregistrate, tramite i quali ogni studente potrà valutare il grado di conoscenza acquisita dei vari contenuti e prendere coscienza di quali siano, eventualmente, i suoi punti deboli e le sue lacune sui vari argomenti del programma.

La **didattica interattiva** è svolta nei forum della “classe virtuale” (area collaborativa della piattaforma) che comprende 4 e-tivity in cui lo studente applica le conoscenze acquisite nelle lezioni di teoria alla soluzione di problemi ed esercizi:

- Forum I: Numeri reali e funzioni.
- Forum II: Limiti e funzioni continue.
- Forum III: Calcolo differenziale.
- Forum IV: Integrali.

All'interno di ogni forum, vengono caricati dal tutor/docente esercizi (non valutati) relativi al modulo in questione: lo studente dovrà svolgere questi esercizi, avviando delle discussioni con i suoi colleghi di corso e con il tutor stesso. Lo studente potrà rivolgere domande al tutor/docente o ai suoi colleghi di corso, condividere il proprio svolgimento, segnalare uno svolgimento alternativo rispetto a quello proposto da altri, proporre egli stesso nuovi esercizi.

Quando lo studente riterrà di aver acquisito le conoscenze e le capacità previste in quel modulo, potrà accedere al relativo **test di valutazione** denominato **e-tivity** e caricato in piattaforma. Il test si riterrà superato positivamente se lo studente risponderà correttamente a tutte le domande del test.

**LO STUDENTE AVRA' A DISPOSIZIONE AL MASSIMO DUE TENTATIVI PER SUPERARE CIASCUN TEST DELLE E-TIVITY!**

L'eventuale bocciatura in un appello successivo non azzerà questo contatore, si consiglia quindi di svolgere le e-tivity solo quando si è davvero pronti e quando gli esercizi di preparazione sono stati pienamente assimilati. Sono inoltre presenti tra il materiale in piattaforma anche i testi dei temi d'esame precedenti e/o simulazioni di temi d'esame.

Il corso di Analisi I prevede 9 C.F.U. (Crediti Formativi Universitari). Il carico totale di studio per questo insegnamento corrisponde circa a 225 ore così suddivise in:

- circa 166 ore per la visualizzazione e lo studio del materiale videoregistrato (28 ore videoregistrate tra teoria ed esercizi) e le dispense
- circa 33 ore di Didattica Interattiva per le E-tivity
- circa 4 ore di Didattica Interattiva per l'esecuzione dei test di autovalutazione di fine modulo
- circa 22 ore per ulteriori esercitazioni su temi d'esame

Si consiglia di distribuire lo studio della materia uniformemente.

<p><b>Contenuti del corso</b></p>	<p><b>Modulo 1 – Numeri reali e funzioni.</b> (8 videolezioni di teoria con test intermedi e 8 videoesercizi per un impegno di circa 30 ore; un test di fine modulo per un impegno di circa un'ora).</p> <p>La retta reale, il suo ordine, il valore assoluto e la distanza. Sottoinsiemi speciali dei numeri reali: intervalli, insiemi numerici e loro proprietà (archimedeo dei naturali, densità dei razionali) e successioni. Limitatezza, minoranti, maggioranti, massimi, minimi, estremo superiore, estremo inferiore. Completezza dei reali. Punti di accumulazione, sottoinsiemi aperti, chiusi, chiusura, punti limite e Teorema di Bolzano-Weierstrass. Funzioni e funzioni reali, dominio, restrizioni ed estensioni. Grafico di funzioni, punti e intervalli speciali. Funzioni definite per casi: dominio e grafico.</p> <p><b>Etivity 1 – Numeri reali e funzioni</b> (per un impegno di circa 6 ore).</p> <p><b>Modulo 2 – Limiti e funzioni continue</b> (12 videolezioni di teoria con test intermedi e 11 videoesercizi per un impegno di circa 53 ore; un test di fine modulo per un impegno di circa un'ora).</p> <p>Idea informale del limite, immagine di successioni tramite funzioni, definizione formale del limite attraverso il limite di successioni. Unicità del limite, limite destro e sinistro, limite di funzioni monotone, Teorema del confronto puntuale per limiti di funzione e sua applicazione. Accenni a definizioni alternative di limite. Teorema di Permanenza del segno e sue applicazioni.</p> <p>Continuità di una funzione in un punto e in un intervallo, Teorema dei valori intermedi e degli zeri, esempi, controesempi e loro applicazioni. Continuità della funzione inversa, esempi e controesempi. Teorema di Weierstrass, esempi e controesempi.</p> <p>Calcolo dei limiti: limiti elementari, composizioni e tecnica della sostituzione, limiti di operazioni algebriche e forme indeterminate. Limiti di funzioni razionali e sue generalizzazioni. Relazione o-piccolo ed equivalenza asintotica. Limiti notevoli e loro espressioni ed utilizzo tramite equivalenza asintotica. Studio della continuità e delle estensioni continue con particolare attenzione alla continuità delle funzioni definite per casi.</p> <p><b>Etivity 2 – Limiti e funzioni continue</b> (per un impegno di circa 10 ore).</p> <p><b>Modulo 3 – Calcolo differenziale</b> (10 videolezioni di teoria con test intermedi e 10 videoesercizi per un impegno di circa 44 ore; un test di fine modulo per un impegno di circa un'ora).</p> <p>Tasso di crescita medio e istantaneo, derivata come limite del rapporto incrementale e legame con la retta tangente al grafico. Funzione derivata, regole di derivazione per funzioni classiche, combinazioni lineari, prodotti e composizioni di funzioni. Studio dell'insieme di derivabilità tramite queste regole e tramite la definizione. Punti di non derivabilità.</p> <p>Teorema di Fermat, esempi, controesempi e sue applicazioni alla ricerca dei massimi, dei minimi e al calcolo delle immagini di intervalli. Teorema di Lagrange, esempi e controesempi.</p> <p>Applicazione del calcolo differenziale allo studio del grafico: crescita e decrescenza, derivata seconda, concavità, convessità e flessi. Analisi delle tipologie di flessi. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Studio qualitativo del grafico: schema ed esempi.</p> <p>Applicazione delle derivate per il calcolo dei limiti: Teorema di de L'Hôpital, suo utilizzo e ostacoli. Limite del rapporto incrementale dal limite della funzione derivata. Polinomi di Taylor-McLaurin, resto di Peano. Approfondimenti sugli o-piccoli di potenze per applicare il metodo di Taylor al calcolo dei limiti.</p> <p><b>Etivity 3 – Calcolo differenziale</b> (per un impegno di circa 9 ore).</p> <p><b>Modulo 4 – Integrali</b> (8 videolezioni di teoria con test intermedi e 8 videoesercizi per un impegno di circa 39 ore; un test di fine modulo per un impegno di circa un'ora).</p> <p>Area con segno sottesa al grafico di una funzione costante a tratti. Area con segno sottesa al grafico di una funzione tramite approssimazione con funzioni costanti a tratti: definizione formale di integrale di Riemann e sua notazione. Proprietà dell'integrale definito: linearità, additività e confronto. Integrabilità delle funzioni continue e delle funzioni limitate con un numero finito di discontinuità. Teorema della Media, esempi, controesempi e applicazioni.</p> <p>Funzione integrale. Calcolo di una funzione integrale per funzioni costanti a tratti. Primitive e legame tra primitive della stessa funzione. Teorema Fondamentale del calcolo integrale e sua applicazione nel calcolo degli integrali definiti. Integrali indefiniti e loro proprietà.</p> <p>Calcolo degli integrali: famiglie di funzioni particolari (elementari, razionali con denominatore di grado al più due, accenni agli integrali di funzioni razionali con denominatore di grado superiore a due).</p> <p>Tecniche di integrazione: funzioni composte e sostituzioni, integrazione per parti, con attenzione a particolari famiglie (prodotti di polinomi con esponenziali, funzioni goniometriche e logaritmi e loro generalizzazioni).</p> <p><b>Etivity 4 – Integrali</b> (per un impegno di circa 8 ore).</p> <p><b>Esercitazioni su temi d'esame</b> (per un impegno di circa 22 ore).</p>
-----------------------------------	--

<b>Materiali di studio</b>	<p>I materiali didattici sono a cura del docente. Il materiale didattico presente in piattaforma è suddiviso in 4 moduli. Essi ricoprono interamente il programma e ciascuno di essi contiene dispense (con particolare attenzione agli esempi), videolezioni, videoesercitazioni e slide associate. Tale materiale contiene tutti gli elementi necessari per affrontare lo studio della materia.</p> <p><i>Ulteriori testi consigliati:</i>  P.Marcellini, C. Sbordone. Elementi di Analisi Matematica uno. Liguori Editore,  Robert A. Adams, Christopher Essex, L. Quartapelle. Calcolo differenziale 1. Casa Editrice Ambrosiana.</p>
<b>Modalità di verifica dell'apprendimento</b>	<p>L'esame nella modalità -in presenza- consiste nello svolgimento di una prova scritta della durata di <b>90 minuti</b>, tendente ad accertare le conoscenze acquisite dallo studente e la sua capacità di applicarle allo svolgimento di problemi ed esercizi.</p> <p>La prova scritta prevede <b>6 esercizi a risposta aperta</b> ed è valutata al massimo <b>30</b>. In particolare, <b>15 punti</b> sono attribuiti alla parte del programma del corso relativa ai moduli 1 e 2, e i restanti <b>15 punti</b> sono attribuiti alla parte del programma del corso relativa ai moduli 3 e 4. Durante la prova scritta <b>NON</b> è consentito utilizzare dispense, appunti, testi o formulari in formato cartaceo o digitale. L'uso della calcolatrice è consentito solo nel caso sia non programmabile.</p> <p>Ai fini della <b>valutazione complessiva dell'esame</b>, fino a <b>4 punti</b> sono assegnati allo studente in virtù del superamento dei 4 test valutati nelle e-tivity (<b>1 punto</b> per ogni e-tivity) e i restanti <b>30</b> sono assegnati allo studente sulla base dell'andamento della prova scritta finale. Un punteggio totale di <b>34/34</b> si tradurrà nella votazione finale di 30/30 con lode.</p> <p>Per l'eventuale modalità telematica si rimanda ad un ulteriore documento specifico, ma la divisione dei punteggi è analoga. Si invitano gli studenti a consultare regolarmente la sezione Avvisi nella pagina del corso.</p> <p>Sarà possibile sostenere l'esame con le seguenti modalità:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Esame integrale 9 CFU: in questo caso si svolgerà l'esame interamente.</li> <li>• Prova parziale: in questo caso sarà possibile svolgere solamente la parte sui primi 2 moduli e successivamente sugli ultimi 2 moduli.</li> </ul> <p>Lo studente dovrà indicare, secondo le modalità previste nel testo dell'esame, se preferisce svolgere l'intero esame, una prova parziale sulla prima parte sui moduli 1, 2, o una prova parziale sulla seconda parte sui moduli 3, 4 (possibile solo dopo aver superato con successo la prima).</p> <p>Nel caso si scegliesse la prova parziale, quindi nel caso in cui si scegliesse di svolgere solamente una parte dell'esame (moduli 1, 2 o moduli 3, 4) la restante parte non verrà corretta. Una scelta multipla o nessuna scelta comporterà automaticamente la correzione dell'intero esame.</p> <p>Nel caso in cui lo studente scegliesse di svolgere solamente la prima parte dell'esame e per quella parte raggiungesse la sufficienza, lo studente riceverà un giudizio positivo per la prova in questione che potrà essere integrato da un successivo giudizio positivo (da ottenere in un appello successivo e per il quale è necessario procedere a una nuova prenotazione) sulla parte restante di programma.</p> <p>Se si scegliesse di svolgere l'esame tramite prove parziali, al superamento di entrambi, verrà verbalizzato un voto d'esame, che terrà conto delle attività svolte in itinere (e-tivity) e della valutazione ottenuta nelle due prove parziali. In caso di rifiuto di tale voto, i giudizi positivi precedentemente ottenuti verranno azzerati.</p> <p>Il giudizio riportato nella prima prova parziale rimarrà valido per i successivi 5 mesi, anche in caso di insufficienza nella seconda prova in appelli successivi. In caso di mancato superamento e/o sostenimento della seconda prova entro i successivi 5 mesi, o in caso di scelta di sostenere l'esame intero o di nuovo la prima parte negli appelli successivi, il giudizio riportato nella prima prova verrà annullato.</p> <p>Per l'assegnazione del punteggio aggiuntivo dovuto alle e-tivity, queste dovranno essere svolte almeno 5 giorni prima della prova d'esame. Per le prove parziali significa che si terrà conto del punteggio delle e-tivity sui moduli 1 e 2 solo se svolte almeno 5 giorni prima della prima prova parziale, e si terrà conto del punteggio delle e-tivity sui moduli 3 e 4 solo se svolte almeno 5 giorni prima della seconda prova parziale.</p> <p><b>ATTENZIONE</b></p> <p>Gli studenti che, a seguito dell'avvenuto riconoscimento di un esame affine, sostenuto in una precedente carriera accademica, devono sostenere l'esame di Analisi 1 in forma ridotta (numero di c.f.u. inferiore a 9), così come gli studenti di altri Corsi di Studio che intendono sostenere l'esame di Analisi 1 come materia a scelta da 6 c.f.u., saranno esaminati su argomenti relativi al Modulo 3 e al Modulo 4. Le e-tivity concernenti queste parti di programma sono la 3 e la 4. Ai fini della valutazione complessiva dell'esame, fino a 4 punti sono assegnati allo studente in virtù del superamento dei 2 test valutati nelle e-tivity 3 e 4 (2 punti per ogni E-tivity), e 30 punti sono assegnati allo studente sulla base dell'andamento della prova scritta finale. Un punteggio totale di 34 si tradurrà nella votazione finale di 30/30 con Lode.</p>

<b>Criteri per l'assegnazione dell'elaborato finale</b>	L'assegnazione dell' <b>elaborato finale</b> avverrà sulla base di un colloquio con il docente in cui lo studente manifesterà i propri specifici <b>interessi</b> in relazione a qualche argomento che intende approfondire; non esistono <b>preclusioni</b> alla richiesta di assegnazione della tesi e non è prevista una <b>media particolare</b> per poterla richiedere, è richiesto però un congruo anticipo sulle scadenze da rispettare.