

Insegnamento	Geometria
Livello e corso di studio	Lauree Triennali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica e Informatica, in Ingegneria Industriale
Settore Scientifico Disciplinare (SSD)	MATH-02/B Geometria (ex MAT/03)
Anno di corso	1
Anno Accademico	2025-26
Numero totale di crediti	9
Propedeuticità	Nessuna
Docente	Alfredo Donno https://ricerca.unicusano.it/author/alfredo-donno/ Email: alfredo.donno@unicusano.it Orario di ricevimento: Consultare il calendario alla pagina seguente del nostro sito verificando gli orari di Videoconferenza http://www.unicusano.it/calendario-lezioni-in-presenza/calendario-area-ingegneristica
Presentazione	L'insegnamento di Geometria è uno degli insegnamenti di base previsti per il primo anno dei Corsi di Studio triennali in Ingegneria Civile, in Ingegneria Elettronica e Informatica, in Ingegneria Industriale. Il programma può essere suddiviso essenzialmente in due parti: la prima parte riguarda lo studio dell'Algebra lineare, la seconda prevede l'applicazione dei concetti e delle tecniche di calcolo precedentemente appresi a problemi della Geometria analitica, sia piana sia dello spazio. Nella prima parte del corso, vengono fornite allo studente le nozioni di base dell'Algebra lineare: spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$, elementi di calcolo matriciale (somma, prodotto per uno scalare, trasposizione, rango, determinanti, inversione). Questi strumenti si rivelano fondamentali per la discussione e la risoluzione di sistemi lineari, per lo studio degli operatori lineari sugli spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$, e per la loro diagonalizzazione. Nella seconda parte del corso, le nozioni di Algebra lineare apprese, e le tecniche di calcolo (rango, determinanti, risoluzione di sistemi lineari) vengono applicate allo studio di problemi di natura geometrica riguardanti enti fondamentali del piano (punti, rette, curve) e dello spazio (punti, piani, rette, superfici). La rappresentazione analitica del piano e dello spazio euclideo, per mezzo dell'introduzione di un riferimento cartesiano ortonormale e di un associato sistema di coordinate cartesiane, dà infatti la possibilità di applicare le nozioni di base dell'Algebra lineare acquisite alla ricerca delle equazioni dei principali luoghi geometrici e allo studio delle loro proprietà.
Obiettivi formativi	L'insegnamento di Geometria ha i seguenti obiettivi formativi: 1. illustrare la teoria elementare degli spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$; 2. illustrare le basi del calcolo matriciale; 3. illustrare la discussione e la risoluzione di sistemi lineari; 4. illustrare la teoria di base degli operatori lineari su $\mathbf{R}^n$; 5. illustrare le tecniche fondamentali della Geometria analitica piana; 6. illustrare le tecniche fondamentali della Geometria analitica dello spazio.
Prerequisiti	E' necessario che lo studente che si avvicina alla preparazione di questa materia abbia una buona padronanza di alcuni argomenti di matematica di base, trattati tipicamente nella scuola superiore e rivisti nel corso di Istituzioni di matematica, quali: - equazioni e disequazioni di primo e secondo grado intere e fratte; - risoluzione di alcune equazioni algebriche di grado superiore al secondo; - equazioni e disequazioni con valore assoluto e irrazionali; - funzioni goniometriche fondamentali. Archi associati. Equazioni e disequazioni goniometriche elementari. Teoremi sui triangoli rettangoli.
Risultati di apprendimento attesi	Conoscenza e capacità di comprensione Lo studente, al superamento del corso, avrà conoscenza della struttura algebrica di spazio vettoriale, degli strumenti di base dell'algebra matriciale, delle principali tecniche di risoluzione dei sistemi lineari, delle proprietà degli operatori lineari, delle proprietà più importanti degli enti geometrici fondamentali del piano e dello spazio euclideo e della loro rappresentazione cartesiana.

	Applicazione delle conoscenze Lo studente, al superamento del corso, sarà in grado di risolvere problemi di Algebra lineare utilizzando la teoria delle matrici: in particolare, la formulazione matriciale della teoria degli operatori lineari permetterà allo studente di applicare le tecniche dell'Algebra lineare apprese allo studio degli operatori e alla loro diagonalizzazione. Inoltre, la conoscenza della rappresentazione analitica del piano e dello spazio euclideo permetterà allo studente di applicare le tecniche di base dell'Algebra lineare acquisite alla ricerca e allo studio delle equazioni dei luoghi geometrici, trasformando un problema di natura geometrica di livello semplice o medio in un problema analitico da risolvere con strumenti algebrici. Autonomia di giudizio Lo studente sarà in grado di individuare autonomamente la migliore formulazione da adottare per lo studio di un problema geometrico, che gli permetterà di arrivare alla conclusione in tempo breve e limitando, per quanto possibile, la complessità dei calcoli. Abilità comunicative Lo studente sarà in grado di descrivere e discutere problemi riguardanti operatori lineari introducendo un opportuno linguaggio matriciale, nonché di descrivere e risolvere problemi riguardanti la geometria euclidea del piano e dello spazio traducendo un problema di natura geometrica in un linguaggio puramente analitico, adoperando una terminologia e delle notazioni nello stesso tempo semplici ed efficaci. Capacità di apprendere Lo studente, al superamento del corso, avrà acquisito padronanza di un linguaggio formale e rigoroso, nonché delle nozioni e delle tecniche fondamentali dell'Algebra lineare e della Geometria analitica. Tutto ciò gli consentirà di proseguire gli studi di Ingegneria con buona maturità e autonomia, rigore e capacità logica, rendendolo in grado di affrontare altri insegnamenti del percorso di studi, dove da un lato è richiesta una capacità di comprensione di passaggi logici e di risoluzione di problemi concreti, e dall'altro le tecniche dell'algebra matriciale trovano continua applicazione.
Organizzazione dell'insegnamento	Il corso è sviluppato attraverso le lezioni preregistrate audio-video che compongono, insieme a slide e dispense, i materiali di studio disponibili in piattaforma, e distribuiti in 6 moduli per aree tematiche: - Modulo 1: Spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$ - Modulo 2: Matrici - Modulo 3: Sistemi lineari - Modulo 4: Operatori lineari su $\mathbf{R}^n$ - Modulo 5: Geometria analitica del piano - Modulo 6: Geometria analitica dello spazio. Sono poi proposti dei test di autovalutazione (intermedi e di fine modulo), di tipo asincrono, che corredano le lezioni preregistrate, tramite i quali ogni studente può valutare sia la comprensione, sia il grado di conoscenza acquisita dei vari contenuti e prendere coscienza di quali siano, eventualmente, i suoi punti deboli e le sue lacune sui vari argomenti del programma. La didattica interattiva è svolta nei Forum della “classe virtuale” (Area collaborativa della piattaforma) e comprende 6 E-tivity in cui lo studente applica le conoscenze acquisite nelle lezioni di teoria alla soluzione di problemi ed esercizi: - Forum I: Spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$ - Forum II: Matrici - Forum III: Sistemi lineari - Forum IV: Operatori lineari su $\mathbf{R}^n$ - Forum V: Geometria analitica del piano - Forum VI: Geometria analitica dello spazio. All'interno dei Forum vengono caricati dal Tutor/Docente alcuni esercizi (non valutati) relativi ai sei Moduli in cui si suddivide il programma. Gli studenti della classe virtuale sono invitati a svolgerli, a interagire con altri studenti commentando i loro svolgimenti, proponendo soluzioni alternative, proponendo anche varianti dell'esercizio assegnato o inserendo qualsiasi altro commento o domanda. Quando lo studente riterrà di essere pronto ed aver acquisito le conoscenze e le capacità attese in quel Modulo, potrà accedere al Test valutato (E-tivity) relativo a quel Modulo, e caricato in piattaforma. Il test conterà di 5 domande a risposta singola (vengono presentate più opzioni di risposta, una sola delle quali è corretta); il test si riterrà superato positivamente se lo studente risponderà correttamente a tutte e 5 le domande. LO STUDENTE AVRA' A DISPOSIZIONE AL MASSIMO TRE TENTATIVI PER SUPERARE CIASCUN TEST! Si consiglia quindi di non improvvisare il test, bensì di accingersi a svolgerlo solo quando si è davvero pronti e gli esercizi proposti nelle dispense e nei vari test di autovalutazione sono stati pienamente assimilati. Sono inoltre presenti tra il materiale in piattaforma anche i testi e le soluzioni dei temi d'esame precedenti. In particolare, il Corso di Geometria prevede 9 c.f.u. (Crediti Formativi Universitari). Il carico totale di studio per questo insegnamento corrisponde circa a 225 ore così suddivise in:

	- circa 166 ore per la visualizzazione e lo studio del materiale videoregistrato (26 ore videoregistrate, per circa 2/3 di teoria e per circa 1/3 di esercizi); - circa 33 ore di Didattica Interattiva per le E-tivity; - circa 6 ore di Didattica Interattiva per l'esecuzione dei test di autovalutazione; - circa 20 ore per esercitazioni su temi d'esame passati caricati in piattaforma. Si consiglia di distribuire lo studio della materia uniformemente in un periodo di 11 settimane circa, dedicando allo studio circa 20-25 ore a settimana.
Contenuti del corso	Modulo 1 – Spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$ (6 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 19 ore circa; 4 test intermedi + 1 test di fine modulo per un impegno di 1 ora circa; settimana 1) Insiemi e operazioni tra insiemi. Corrispondenze, applicazioni. Gruppi. Campi. Lo spazio vettoriale $\mathbf{R}^n$. Lineare dipendenza e indipendenza. Sottospazi. Generatori, basi e coordinate. Prodotto scalare canonico in $\mathbf{R}^n$. Modulo di un vettore. Ortogonalità. Basi ortonormali di $\mathbf{R}^n$. E-tivity 1 – Spazi vettoriali $\mathbf{R}^n$ per un impegno di circa 5 ore. Modulo 2 – Matrici (9 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 28 ore circa; 4 test intermedi + 1 test di fine modulo per un impegno di 1 ora circa; settimane 2, 3) Prime definizioni. Operazioni: somma e prodotto per un numero reale. Trasposizione: matrici simmetriche e antisimmetriche. Prodotto di matrici. Determinante: definizione e proprietà. Matrice aggiunta e matrice inversa di una matrice quadrata. Rango di una matrice. Sottomatrici e minori di una matrice. Minori e rango di una matrice. Matrici equivalenti per righe. Metodo di riduzione di Gauss e sue applicazioni. Uso di matrici per i cambiamenti di base in $\mathbf{R}^n$. E-tivity 2 – Matrici per un impegno di circa 5 ore. Modulo 3 – Sistemi lineari (6 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 19 ore circa; 3 test intermedi + 1 test di fine modulo per un impegno di 1 ora circa; settimana 4) Generalità sui sistemi lineari. Compatibilità di un sistema lineare. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi lineari di n equazioni in n incognite: Teorema di Cramer. Sistemi lineari di m equazioni in n incognite: sistemi normali e sistemi non normali. Sistemi lineari omogenei. Sistemi lineari e sistemi omogenei associati. Metodo di riduzione di Gauss. E-tivity 3 – Sistemi lineari per un impegno di circa 6 ore. Modulo 4 – Operatori lineari su $\mathbf{R}^n$ (8 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 26 ore circa; 4 test intermedi + 1 test di fine modulo per un impegno di 1 ora circa; settimane 5, 6) Definizioni e prime proprietà. Immagine e nucleo. Rango e nullità di un operatore lineare. Iniettività e suriettività. Matrice associata a un operatore lineare su $\mathbf{R}^n$. Automorfismi. Autovalori e autovettori. Operatori diagonalizzabili. Matrici simili. Matrici diagonalizzabili. Operatori lineari simmetrici e loro diagonalizzazione. Matrici ortogonali e matrici congruenti. Cambiamenti di base ortonormali. E-tivity 4 – Operatori lineari per un impegno di circa 6 ore. Modulo 5 – Geometria analitica del piano (10 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 32 ore circa; 5 test intermedi + 1 test di fine modulo per un impegno di 1 ora circa; settimane 7, 8) Sistema di riferimento cartesiano ortonormale: coordinate di punto. Definizione di vettore libero. Operazioni sui vettori liberi: somma, prodotto per uno scalare. Rappresentazione cartesiana di vettori. Parallelismo di vettori. Prodotto scalare. Distanza di due punti. Punto medio di un segmento. Componente ortogonale di un vettore secondo una retta. Equazione cartesiana ed equazioni parametriche di una retta. Parametri direttori. Intersezione e parallelismo di due rette. Fasci di rette. Coseni direttori. Angolo di due rette. Perpendicolarità di due rette. Distanza punto-retta. Area di un triangolo. Curve e luoghi geometrici notevoli del piano: circonferenza, ellisse, iperbole, parabola. Cambiamenti di riferimento ortonormale. E-tivity 5 – Geometria analitica del piano per un impegno di circa 5 ore. Modulo 6 – Geometria analitica dello spazio (13 lezioni di teoria ed esercizi videoregistrate per un impegno di 42 ore circa; 7 test intermedi + 1 test di fine modulo per un impegno di 1 ora circa; settimane 9, 10) Sistema di riferimento cartesiano ortonormale: coordinate di punto. Definizione di vettore libero. Operazioni sui vettori liberi: somma, prodotto per uno scalare. Parallelismo e complanarità di vettori. Prodotto scalare. Prodotto vettoriale. Prodotto misto. Distanza di due punti. Equazione cartesiana ed equazioni parametriche di un piano. Parallelismo di due piani. Fascio di piani. Equazioni parametriche e cartesiane di una retta. Parametri direttori. Parallelismo tra rette. Parallelismo tra retta e piano. Complanarità di due rette. Coseni direttori. Angolo di due rette. Perpendicolarità tra rette. Angolo di retta e piano. Perpendicolarità tra retta e piano. Angolo di due piani. Perpendicolarità tra piani. Distanza punto-piano. Distanza punto-retta. Distanza di due rette sghembe. Superfici

	notevoli: sfera, ellissoide, iperboloide ellittico, iperboloide iperbolico, paraboloide ellittico, paraboloide iperbolico. Cambiamenti di riferimento ortonormale (cenni). E-tivity 6 – Geometria analitica dello spazio per un impegno di circa 6 ore. Esercitazioni su compiti d'esame caricati in piattaforma (per un impegno di 20 ore circa; settimana 11)
Materiali di studio	I materiali didattici sono a cura del docente. Il materiale didattico presente in piattaforma è suddiviso in 6 moduli. Essi ricoprono interamente il programma e ciascuno di essi contiene dispense, slide e videolezioni in cui il docente commenta le slide. Tale materiale contiene tutti gli elementi necessari per affrontare lo studio della materia. <i>Ulteriori testi consigliati:</i> A. Savo, Geometria, Teoria ed esercizi, Hoepli Editore. A. Carfagna, L. Piccolella, Complementi ed esercizi di geometria e algebra lineare. Zanichelli. E. Schlesinger, Algebra lineare e geometria, Zanichelli. L. Mauri, E. Schlesinger, Esercizi di algebra lineare e geometria, Zanichelli. M. Abate, C. de Fabritiis, Esercizi di geometria, McGraw-Hill.
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame, sia quando svolto nella sede di Roma, sia quando svolto fuori sede, consiste nello svolgimento di una prova scritta della durata di 90 minuti, tendente ad accertare le conoscenze acquisite dallo studente, e la sua capacità di applicarle allo svolgimento di problemi ed esercizi. La prova scritta prevede 5 esercizi a risposta aperta ed è valutata al massimo 28 trentesimi. In particolare, 15 trentesimi sono attribuiti alla parte del programma del corso relativa all'Algebra lineare (Moduli 1-4), e i restanti 13 trentesimi sono attribuiti alla parte del programma del corso relativa alla Geometria analitica (Moduli 5-6). Durante la prova scritta NON è consentito utilizzare dispense, appunti, testi o formulari in formato cartaceo né digitale. L'uso della calcolatrice è consentito solo nel caso di calcolatrici non scientifiche né programmabili. In accordo con il modello formativo del Corso di Studi, la valutazione finale dell'insegnamento, espressa in trentesimi, prende in considerazione anche l'attività svolta in itinere dallo studente e valutata attraverso il punteggio assegnato alle tre E-tivity proposte. Più precisamente, ai fini della valutazione complessiva dell'esame, fino a 3 trentesimi sono assegnati allo studente in virtù del superamento dei 6 test valutati nelle E-tivity (1 trentesimo per 2 o 3 E-tivity superate; 2 trentesimi per 4 o 5 E-tivity superate; 3 trentesimi per 6 E-tivity superate), e i restanti 28 trentesimi sono assegnati allo studente sulla base dell'andamento della prova scritta finale. Un punteggio totale di 31 trentesimi si tradurrà nella votazione finale di 30/30 con Lode. <u>NOTA SUL PUNTEGGIO DELLE E-TIVITY</u> Sarà verificato dal docente 5 giorni prima della prova finale l'avvenuto superamento delle E-tivity in piattaforma. Se uno studente dovesse completare le E-tivity nei 5 giorni precedenti la prova finale, l'esito di tale e-tivity NON sarà considerato dal docente. Gli studenti che non fossero soddisfatti del punteggio conseguito entro tale data tramite le E-tivity avranno, in occasione dell'esame scritto finale, la possibilità di recuperare i 3 punti come segue. Oltre ai 5 esercizi da svolgere, ci sarà un sesto esercizio contenente 6 domande Vero/Falso, una domanda relativa a ogni Modulo (quindi a ogni E-tivity): lo studente otterrà 1 punto per 2 o 3 risposte corrette, 2 punti per 4 o 5 risposte corrette, 3 punti per 6 risposte corrette, per un massimo di 3 punti. Il massimo punteggio che può essere totalizzato, come detto sopra, è 31 trentesimi (30 con Lode), di cui 28 provenienti dai 5 esercizi aperti, e 3 provenienti dalle E-tivity, svolte in piattaforma o recuperate in occasione della prova finale. Gli studenti che invece si riterranno soddisfatti del punteggio conseguito tramite le E-tivity in piattaforma, NON dovranno svolgere questo sesto esercizio. <u>Lo svolgimento dell'esercizio Vero/Falso farà automaticamente perdere allo studente gli (eventuali) punti acquisiti tramite le E-tivity in piattaforma</u>, e quindi si andranno a sommare ai punti ottenuti nei 5 esercizi della prova finale SOLO i punti ottenuti tramite lo svolgimento del sesto esercizio. ATTENZIONE Gli studenti che, a seguito dell'avvenuto riconoscimento di un esame affine, sostenuto in una precedente carriera accademica, devono sostenere l'esame di Geometria in forma ridotta (numero di c.f.u. inferiore a 9) saranno esaminati su argomenti relativi alla sola Geometria analitica del piano e dello spazio (Moduli 5-6). Le E-tivity concernenti queste parti di programma sono la 5 e la 6. Ai fini della valutazione complessiva dell'esame, fino a 2 trentesimi sono assegnati allo studente in virtù del superamento dei 2 test valutati nelle E-tivity 5 e 6 (1 trentesimo per ogni E-tivity), e i restanti 29 trentesimi sono assegnati allo studente sulla base dell'andamento della prova scritta finale, costituita da 3 esercizi a risposta aperta e 1 a risposta multipla). Un punteggio totale di 31 trentesimi si tradurrà nella votazione finale di 30/30 con Lode. Gli studenti di altri Corsi di Studio che intendono sostenere l'esame di Geometria, come materia a scelta da 6 c.f.u., saranno esaminati sull'intero programma del corso (Moduli 1-6).

	NOTA BENE: Lo studente che deve sostenere l'esame sull'intero programma da 9 c.f.u. potrà scegliere, indicando in sede d'esame la sua scelta, di svolgere l'esame attraverso DUE PROVE PARZIALI (si veda fac-simile compito caricato in piattaforma). La prova parziale 1 (5 c.f.u., Algebra lineare, Moduli 1-4 comprensivi delle E-tivity 1-4) varrà fino a 17 trentesimi; la prova parziale 2 (4 c.f.u., Geometria analitica, Moduli 5-6 comprensivi delle E-tivity 5-6) varrà fino a 14 trentesimi. Un punteggio totale di 31 trentesimi si tradurrà nella votazione finale di 30/30 con Lode.
Criteri per l'assegnazione dell'elaborato finale	L'assegnazione dell'elaborato finale avverrà sulla base di un colloquio con il docente in cui lo studente manifesterà i propri specifici interessi in relazione a qualche argomento che intende approfondire; non esistono preclusioni alla richiesta di assegnazione della tesi e non è prevista una media particolare per poterla richiedere.